

АНАЛИЗ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ЦВЕТНЫХ ТЕКСТУР С ПОЗИЦИИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА¹

Аннотация.

Актуальность и цели. Большинство из существующих в настоящее время методов анализа полутоновых или цветных объектов предполагают предварительное упрощение анализируемого изображения, т.е. приведение его к бинарному виду. В результате подобных действий теряется существенная часть полезной информации об анализируемом объекте. Целью настоящей работы является предложение иного подхода к анализу и распознаванию полутоновых изображений и цветных текстур, основанного на аппарате стохастической геометрии и функционального анализа.

Материалы и методы. Предлагаемый в настоящей статье метод анализа и распознавания полутоновых изображений и цветных текстур позволяет формировать признаки распознавания, описывающие геометрические особенности изображения, и признаки распознавания, отражающие особенности цвета или яркости анализируемого объекта.

Результаты. Согласно предлагаемому методу признаки распознавания могут быть получены без участия эксперта-аналитика в режиме автоматической компьютерной генерации и последующей минимизации признакового пространства с целью отбора наиболее информативных из них, что обеспечивает надежное распознавание объектов. Причем предлагаемый метод позволяет получить признаки распознавания инвариантные к сдвигу, повороту и к линейным деформациям исходного изображения, что является достаточно важным для большинства задач анализа и распознавания образов.

Выводы. Результаты эксперимента доказывают, что предложенный в настоящей статье метод может быть эффективно применен для решения задач обработки и полутоновых изображений, и цветных текстур.

Ключевые слова: распознавание образов, полутоновые изображения, цветные текстуры, трейс-преобразование, триплетные признаки, стохастическая геометрия.

N. G. Fedotov, D. A. Goldueva, M. A. Mokshanina

AN ANALYSIS OF GRAY-SCALE IMAGES AND COLOR TEXTURES BASED ON STOCHASTIC GEOMETRY AND FUNCTIONAL ANALYSIS

Abstract.

Background. Most of the existing methods of half-tone or color object analysis generally presuppose prior simplification of an object to be analyzed involving image binarization. A side effect of image binarization is a loss of essential elements of useful information about the object. The paper suggests an alternative approach towards half-tone image and colored texture analysis and recognition based on stochastic geometry and functional analysis.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 15 – 07-04484

Materials and methods. The proposed method for half-tone image and colored texture analysis and recognition makes it possible to form both the recognition features to describe geometric image particularities and the recognition features to reflect image color or brightness particularities.

Results. According to the suggested method recognition features can be created without analytical experts by means of automatic computer generation followed feature space minimization, which is needed for the most reliable object recognition. The method allows to get recognition features invariant both to shift and rotation and to linear transformations of initial images, which is very important for the most of image analysis and recognition tasks.

Conclusions. The experimental results prove the effectiveness of the method suggested both for half-tone image and colored texture processing tasks.

Key words: image recognition, half-tone image, color texture, trace-transformation, triple feature, stochastic geometry.

Введение

На сегодня большинство алгоритмов анализа и распознавания образов опираются на геометрические признаки изображения, следовательно, не могут быть непосредственно применены к анализу полутоновых или цветных изображений. В результате необходимого в таком случае преобразования полутонового или цветного изображения в бинарное происходит потеря части полезной исходной информации, что ведет к снижению точности его анализа и распознавания. Предлагаемый в настоящей статье метод анализа и распознавания полутоновых изображений и цветных текстур основан на аппарате стохастической геометрии и функционального анализа [1–3]. Его несомненное преимущество перед существующими методами распознавания подобных изображений состоит в том, что он позволяет, помимо геометрических признаков распознавания, получить дополнительные описания анализируемых объектов, учитывающие их яркостные особенности. Их использование повышает точность, универсальность и надежность работы распознающей системы. Она становится применима для анализа и распознавания полутоновых изображений и цветных текстур.

Предлагаемый подход основан на математическом аппарате стохастической геометрии и функционального анализа. Ключевым элементом метода является геометрическое трейс-преобразование анализируемого изображения, связанное с его сканированием по сложным траекториям, введенное в [1] и исследованное в [1, 4–7] и последующих работах. Трейс-преобразование сводимо в частных случаях к таким преобразованиям, как преобразование Радона, Фурье, Хо, Радона-Хо, но не эквивалентно им [2]. Трейс-преобразование является удобным инструментом для распознавания объектов, претерпевших поворот, сдвиг или линейные деформации. На основе трейс-преобразования возможно получение нового класса признаков, позволяющих обеспечить инвариантное или чувствительное распознавание к группе движений и линейным деформациям [7]. С помощью чувствительных признаков можно дополнительно определить параметры преобразования исходного анализируемого изображения [7]. Исследование движения с помощью трейс-преобразования рассмотрено в [4, 6]. В работе [8] было введено в рассмотрение двойственное трейс-преобразование, которое позволяет совместно с трейс-преобразованием и триплетными признаками произвести предварительную обработку изображений, предшествующую формированию признаков, а именно: полигональную

аппроксимацию, выделение выпуклой оболочки, уменьшение зашумленности и т.д. [8, 9]. На основе трейс-преобразований и теории триплетных признаков возможно эффективное решение широкого круга прикладных задач распознавания и анализа изображений в различных сферах деятельности. Применение трейс-преобразования и теории триплетных признаков для распознавания дефектов сварных соединений рассмотрено в [10]. Применение указанного подхода для решения задач распознавания человеческих лиц и биометрического поиска рассмотрено в [11–13]. Анализ и распознавание объектов нанотехнологий из области биологии рассмотрены в [2]. В этом же источнике дается анализ точности формирования триплетных признаков. В работе [14] рассмотрен анализ изображений ультразвуковых исследований из области медицины. Таким образом, предлагаемый подход к анализу и распознаванию изображений имеет обширное применение.

Настоящая статья посвящена дальнейшему развитию теории триплетных признаков для задач анализа полутоновых изображений и цветных текстур.

1. Трейс-преобразования

Первым этапом формирования признаков анализируемых изображений согласно предлагаемому методу является геометрическое трейс-преобразование, предполагающее сканирование объектов анализа по сложным траекториям, введенное в [1].

Наибольшее применение в практических исследованиях нашел вариант сканирования изображения совокупностью параллельных прямых, составляющих дискретные решетки. Исследования других траекторий сканирования приведены в [1]. Изображение $F(x, y)$ сканируется решеткой параллельных прямых, расположенных друг от друга на расстоянии $\Delta\rho$ (рис. 1).

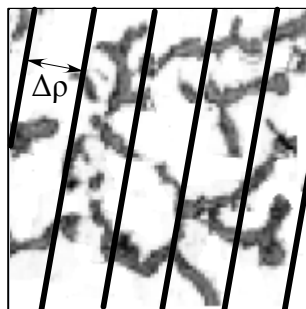


Рис. 1. Сканирование изображения решеткой параллельных прямых

Для бинарных изображений каждой точке t прямой $l(\theta, \rho, t)$, по которой ведется сканирование, ставится в соответствие число из множества $\{0, 1\}$ согласно следующему правилу:

$$\forall t \in l(\theta, \rho, t) \quad f(\theta, \rho, t) = \begin{cases} 1; & t \in F \cap l, \\ 0; & t \notin F \cap l. \end{cases}$$

Посредством функционала T получаем некоторую характеристику g взаимного расположения сканирующей прямой $l(\theta, \rho)$ и анализируемого изображения F , т.е.

$$g(\theta, \rho) = T(F \cap l(\theta, \rho)) = Tf(\theta, \rho, t).$$

В качестве такой характеристики может выступать число пересечений прямой с изображением, средняя длина участков между единичными значениями функции $f(\theta, \rho, t)$, свойства окрестности такого пересечения и т.п.

Далее сканирование изображения производится новой решеткой параллельных прямых с тем же расстоянием $\Delta\rho$ между линиями, но под другим углом, получившим дискретное приращение $\Delta\theta$.

Совокупность всех возможных характеристик $g(\theta_j, \rho_i)$ взаимного расположения сканирующих прямых $l(\theta_j, \rho_i)$ и изображения $F(x, y)$ образует трейс-матрицу (рис. 2).

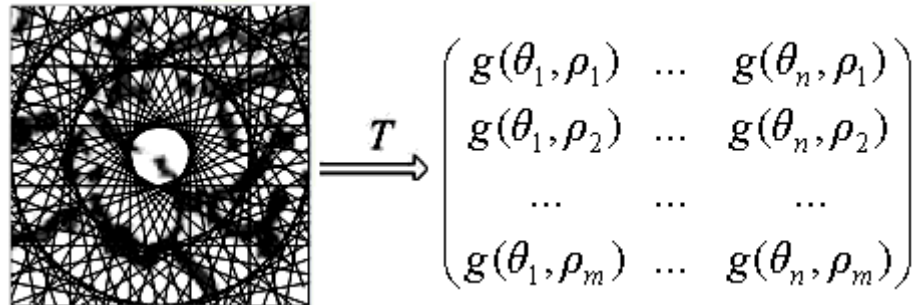


Рис. 2. Формирование трейс-матрицы

Таким образом, первоначальному изображению $F(x, y)$ посредством функционала T можно поставить в соответствие новое изображение $\Phi(\theta, \rho)$, цвет (или яркость) в каждой точке (θ_j, ρ_i) которого определяется числом $g(\theta_j, \rho_i)$. Полученное изображение $\Phi(\theta, \rho)$ есть трейс-трансформанта исходного объекта исследования. Преобразование, посредством которого исходному объекту анализа ставится в соответствие его трейс-трансформанта, является трейс-преобразованием.

На рис. 3 приведен пример изображения и трейс-трансформанты, соответствующей ему.

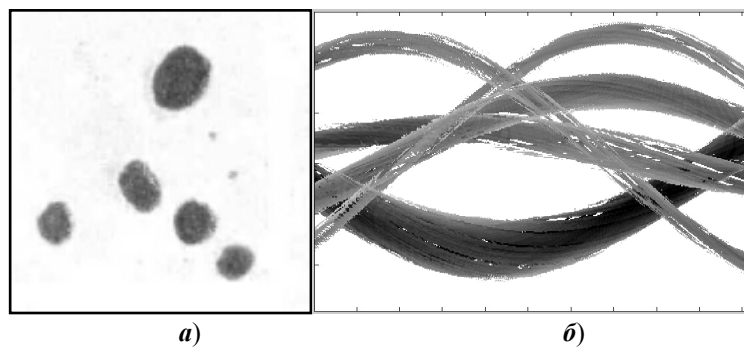


Рис. 3. Исходное изображение (а); его трейс-трансформанта (б)

Трейс-преобразование является эффективным инструментом при изучении параметров преобразования, которое претерпело исходное анализиру-

емое изображение. Наибольший практический интерес представляют такие преобразования, как сдвиг, поворот и масштабные изменения. Эффективность применения трейс-преобразования для исследования параметров преобразований анализируемых изображений объясняется тем, что трейс-трансформанта сохраняет информацию о первоначальном объекте, т.е. тип трейс-матрицы не изменяется под действием указанных преобразований анализируемого объекта, но каждое из них вносит свою характерную компоненту при формировании трейс-трансформанты. А именно: при повороте исходного изображения на некоторый угол α столбцы трейс-матрицы претерпевают циклический сдвиг вдоль горизонтальной оси $O\theta$ на величину угла поворота α ; при переносе исходного изображения на некоторый вектор числа в столбцах трейс-матрицы сдвигаются вверх или вниз; при масштабном увеличении исходного изображения в k раз диапазон ρ трейс-матрицы будет расширен в k раз, в случае сжатия ($k < 1$) диапазон значений ρ сужен.

2. Триpletные признаки

Дальнейшее формирование признака исследуемого изображения согласно предлагаемому подходу продолжается после заполнения трейс-матрицы следующим образом.

Последовательно к каждому столбцу трейс-матрицы применяется следующая функционал – диаметральная функционал P , зависящий от параметра ρ , посредством которого каждому столбцу трейс-матрицы ставится в соответствие действительное число. Таким образом, результат применения диаметральной функционала к трейс-матрице в дискретном варианте есть вектор, i -я координата которого есть значение P функционала для элементов i -го столбца трейс-матрицы. Для непрерывного варианта результат применения диаметральной функционала P к трейс-трансформанте является 2π -периодическая кривая, зависящая от параметра θ , $h(\theta) = P(g(\theta, \rho))$. Сам функционал P назван диаметральным по причине того, что параметр ρ принимает наибольшие значения в диагональных точках изображения, соответствующих диаметру сетчатки.

Последний этап формирования признака связан с третьим функционалом – Θ , зависящим от параметра θ . Функционал Θ множеству элементов вектора (или множеству точек кривой $h(\theta)$), полученного на предыдущем этапе посредством функционала P , ставит в соответствие некоторое действительное число, которое и принимается за значение tripletного признака.

Функционал Θ был назван круговым, так как область определения его аргумента – кривая $h(\theta)$ $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

Таким образом, формируемые согласно предлагаемому методу признаки изображений обладают структурой в виде композиции трех функционалов, по причине чего и получили название tripletных признаков:

$$\Pi(F) = \Theta \circ P \circ T(F \cap l(\rho, \theta)), \quad (1)$$

где T – трейс-функционал, связанный с естественной координатой t линии $l(\rho, \theta)$, вдоль которой ведется сканирование; P – диаметральная и Θ – круговой функционалы, связанные с нормальными координатами сканирующей прямой, ρ и θ соответственно. Благодаря трехкомпонентной структуре tripletных признаков становится возможным получение большого числа харак-

теристик исследуемого объекта (десятков тысяч) в режиме автоматической компьютерной генерации. Опора на большое число признаков позволяет добиться более надежного распознавания и говорить о новом понимании изображений [6, 15].

Функционалы T , P , Θ могут быть взяты из различных областей математики: теории вероятностей, математической статистики, теории рядов и фракталов, стохастической геометрии и т.д. Таким образом, можно отметить, что триплетные признаки сохраняют следы генезиса соответствующих областей математики, чем объясняется универсальность и гибкость алгоритмов распознавания, базирующихся на триплетных признаках [6]. В частности, при надлежащем выборе функционалов можно получать признаки, инвариантные по отношению к переносу, повороту и гомотетии, что очень важно для прикладных задач распознавания полутоновых и цветных изображений.

Приведем пример триплетного признака, имеющего геометрическую интерпретацию.

Определим функционал T как сумму следующего вида:

$$T(F \cap l(\theta, \rho)) = \sum_{j=1}^n f(\theta, \rho, t_j) \Delta t.$$

Функционал P зададим как

$$P(T(F \cap l(\theta, \rho))) = \sum_{i=1}^m g(\theta_j, \rho_i) \Delta \rho,$$

где $g(\theta_j, \rho_i) = T(F \cap l(\theta_j, \rho_i))$; m – число дискретных значений ρ , $\rho \in [-R; R]$; R – радиус сканируемой части плоскости (сетчатки).

Функционал Θ определим следующим образом:

$$\Theta(P(T(F \cap l(\theta, \rho)))) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n h(\theta_j) -$$

среднее значение функционала P , где $h(\theta_j) = P(g(\theta_j, \rho))$.

Тогда признак, являющийся композицией приведенных функционалов, характеризует площадь затемненного объекта на исследуемом изображении. Обширный список более 100 функционалов и признаков, сформированных на их основе, приведен в [3].

3. Применение триплетных признаков к анализу и распознаванию полутоновых изображений

Описанный выше подход к анализу и распознаванию изображений ранее применялся лишь к бинарным изображениям, причем выделяемые признаки изображений являлись их геометрической характеристикой. Полутоновые изображения, в отличие от бинарных, описываются не только геометрическими характеристиками расположенных на них объектах, но и особенностями их яркости. Поэтому для анализа и распознавания полутоновых изображений целесообразно построить группу признаков, описывающих как геометрические, так и яркостные особенности исследуемых изображений.

Поставленная задача решается путем введения в рассмотрение двух групп триплетных признаков:

- геометрические признаки;
- признаки, описывающие особенности яркости изображения.

Признаки первой и второй групп являются триплетными признаками вида (1). Отличие между ними заключается лишь в том, что берется в качестве характеристик однородных по яркости отрезков сканирующих прямых. Для построения геометрических признаков однородным по яркости отрезкам сканирующих прямых ставится в соответствие некоторая геометрическая величина, например длина отрезка. Для построения признаков, описывающих особенности яркости изображения, однородным по яркости отрезкам сканирующих прямых ставится в соответствие некоторая характеристика яркости, например средняя яркость отрезка.

Трудность непосредственного применения описанного ранее метода к распознаванию полутоновых изображений состоит в том, что границы однородных по яркости отрезков прямой, сканирующей полутоновые изображения, в отличие от бинарных изображений, определяются неоднозначно. Таким образом, для того чтобы применить описанную теорию к анализу и распознаванию полутоновых изображений, необходимо принять некоторый алгоритм определения границ однородных по яркости отрезков, высекаемых сканирующей прямой. В эксперименте был применен следующий метод обнаружения границ однородных по яркости отрезков, высекаемых на полутоновом изображении сканирующей прямой (рис. 4):

- определялась яркость в каждой точке прямой $l(\theta, \rho)$, вдоль которой производится сканирование;
- по полученным данным формировалась функция яркости $I(x)$ для сканирующей прямой $l(\theta, \rho)$;
- далее производились вычисления значения производной функции яркости $\frac{dI(x)}{dx}$. По ее экстремумам определялись резкие перепады яркости, т.е. граничные точки однородных по яркости отрезков прямой $l(\theta, \rho)$, вдоль которой производится сканирование.

На рис. 4,б по горизонтальной оси отмечены координаты точек прямой $l(\theta, \rho)$, вдоль которой производится сканирование, а по вертикальной – значения яркости в соответствующих точках. На рис. 4,в по горизонтальной оси отмечены координаты точек прямой $l(\theta, \rho)$, вдоль которой производится сканирование, а по вертикальной – значения производной функции яркости в соответствующих точках.

Описанный метод позволяет с достаточно высокой точностью определять границы однородных по яркости отрезков прямой, вдоль которой производится сканирование, что делает возможным распространение теории триплетных признаков, основанной на аппарате стохастической геометрии и функционального анализа, на задачи анализа и распознавания полутоновых изображений. Проведенные экспериментальные исследования на примере полутоновых изображений фиброзной ткани гистологических изображений [16] и полутоновых изображений микрошлифов чугуна [17] показали достаточно высокую эффективность предложенного метода при решении задач анализа и распознавания полутоновых изображений.

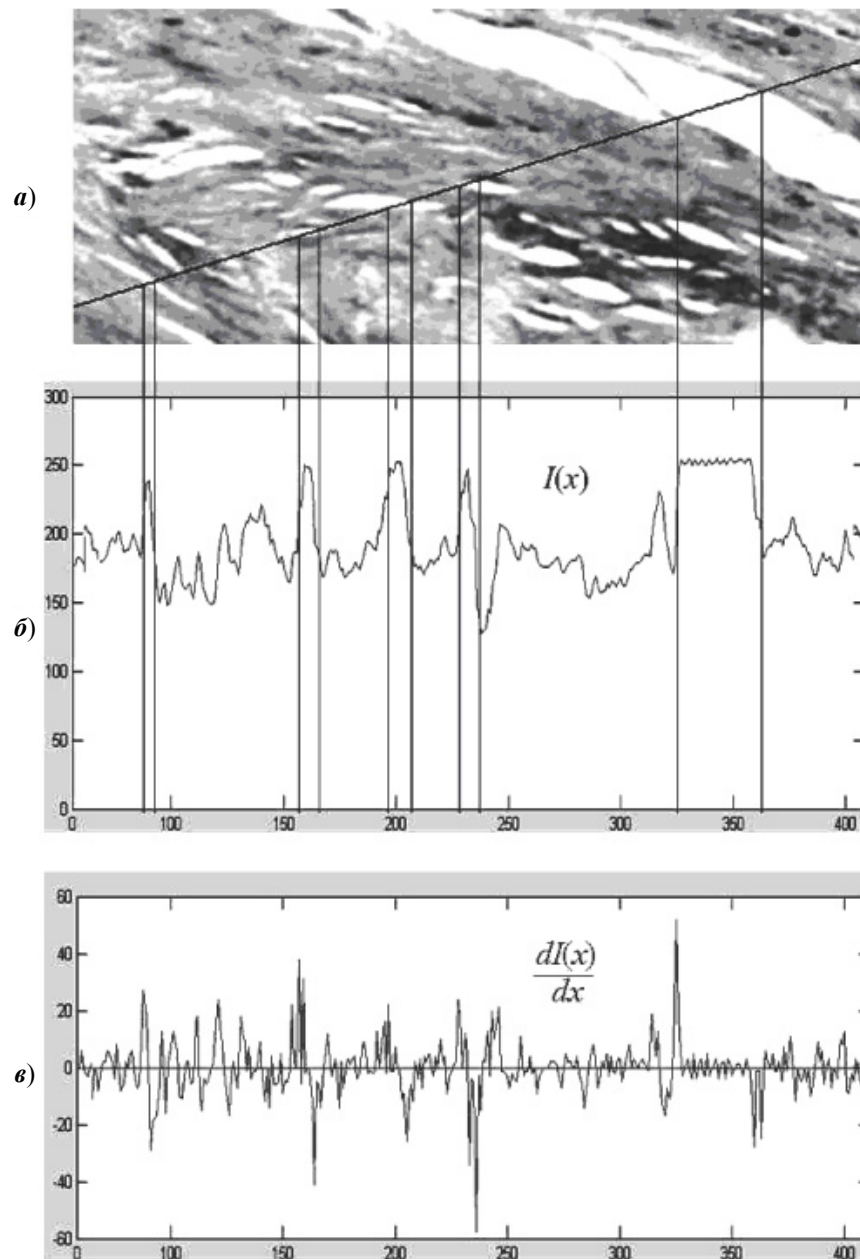


Рис. 4. Исходное изображение со сканирующей прямой $l(\rho, \theta)$ (а); функция яркости $I(x)$ (б); производная функции яркости $\frac{dI(x)}{dx}$ вдоль сканирующей прямой $l(\rho, \theta)$ (в)

4. Применение триплетных признаков к анализу и распознаванию цветных текстур

подавляющее большинство цветных изображений, подлежащих анализу и распознаванию, содержат текстуры. К числу подобных изображений можно отнести изображения, получаемые с помощью самолетных и спутниковых мультиспектральных сканирующих устройств, микроскопические

изображения культур клеток и препаратов тканей и многие другие. Тем не менее, несмотря на повсеместное присутствие в изображениях, подлежащих анализу и распознаванию в практических задачах, и важность текстуры, универсального подхода к ее анализу нет.

Исследование источников по указанной проблеме показало, что ни один из известных методов анализа текстур не позволяет описать одинаково детально повторяющиеся элементы текстур и пространственные отношения между ними. Существующие подходы к анализу текстур предполагают использование небольшого количества признаков, каждый из которых описывает характеристику текстуры, имеющую смысловую нагрузку в терминах рассматриваемой проблемы. Таким образом, применение указанных методов к проблеме анализа и распознавания текстур, имеющих сложную структуру, весьма затруднительно.

Применение теории триплетных признаков к проблеме анализа и распознавания цветных текстур позволяет, во-первых, формировать с ее помощью большое количество (десятки тысяч) признаков цветных текстур в режиме автоматической генерации. После описанной выше процедуры формирования признаков следует процесс выделения из их числа наиболее информативных, т.е. с наилучшей разделяющей способностью. В частности, подобная процедура может быть основана на теории компактности или на коэффициентах разложения Корунена – Лоэва [14]. Опора на большое количество признаков делает возможным решение проблемы распознавания текстур со сложной структурой с достаточно высокой надежностью. К числу несомненных преимуществ следует отнести и тот факт, что предлагаемый метод позволяет формировать признаки, инвариантные к переносу, повороту и линейным деформациям исходного объекта, что очень важно при решении задачи распознавания цветных текстур. Кроме того, распознающий алгоритм, базирующийся на аппарате стохастической геометрии и функционального анализа, способен одинаково детально описывать как повторяющиеся элементы цветных текстур, так и пространственные отношения между ними.

Трейс-преобразование, лежащее в основе триплетного признака, является функцией от изображения и пересекающей его сканирующей прямой. Теоретически нет никаких ограничений на наличие цвета текстуры и выраженных границ объекта.

Для обработки цветных текстур за основу были взяты следующие положения:

1. Рассматривать прямую, вдоль которой ведется сканирование, как множество однотонных отрезков. Трейс-преобразование осуществляется аналогично с полутоновыми изображениями. Триплетные признаки описывают геометрические характеристики отдельных областей текстур, схожих по цвету. Кроме того, формируются триплетные признаки, характеризующие особенности яркости каждой из составляющих цвета в системе RGB. Критерий выделения однородной по цвету области текстуры может быть различен.

2. Трейс-преобразование осуществляется над гистограммным представлением изображения вдоль сканирующей прямой. Результат данного преобразования описывает цвет или яркость цветной текстуры или отдельных его фрагментов.

3. Производится оценка динамики изменения цвета на сканирующей прямой.

Следует отметить и тот факт, что существуют два подхода к формированию триплетного признака изображений: экстракция и автоматическая генерация. Экстракция заключается в экспертном подборе признака, надежно характеризующего выделенные им особенности объекта. Автоматическая генерация признаков предполагает их формирование без участия эксперта на основе обучающего множества объектов. Из всего множества триплетных признаков, полученных путем генерации, отбирается некоторый набор информативных, обеспечивающих наиболее надежное распознавание объектов.

Экспериментальная проверка метода, базирующегося на изложенных идеях, осуществлялась на гистологических изображениях, интерпретируемых в данном случае как цветные текстуры в модели RGB.

Гистологические изображения получают под микроскопом при увеличении в диапазоне от 50 до 1000-кратного, при этом каждый шаг увеличения дает свою долю полезной диагностической информации. При 50-кратном увеличении основным выделяемым объектом на цветной текстуре является фиброзная ткань, отсечение которой необходимо для дальнейшей обработки фолликул.

При описании цветных текстур триплетные признаки фиброзной ткани формировались путем автоматической генерации.

После этапа формирования было получено 10340 признаков. Далее посредством процедуры сокращения размерности признакового пространства, основанной на теореме компактности, было выбрано 174 информативных признаков. Решающая процедура была построена с учетом весовых коэффициентов каждого информативного признака. Подробное описание решающей процедуры приведено в [17].

Проведенный эксперимент показал, что величина средней ошибки классификации для группы информативных признаков составляет 3,7 %. Полученный результат говорит о достаточно высокой эффективности применения теории триплетных признаков к проблеме анализа цветных текстур.

Определение триплетного признака изображений согласно предлагаемому методу связано с большим количеством вычислений, но благодаря тому, что алгоритм позволяет распараллелить обработку данных, временные затраты на вычисление признаков можно существенно сократить.

Заключение

Существует достаточно обширный класс практически значимых задач технической и медицинской диагностики, где ключевая информация заключена в зрительных образах. В настоящей статье рассмотрена задача анализа и распознавания полутоновых изображений и цветных текстур. Для решения данной проблемы предложен новый подход к проблеме анализа и распознавания указанных объектов, основанный на аппарате стохастической геометрии и функционального анализа. Предложенный метод позволил сформировать новый класс конструктивных признаков полутоновых изображений и цветных текстур – триплетных признаков. Ключевым элементом их формирования является геометрическое преобразование изображения (трейспреобразование), связанное со сканированием объекта анализа по сложным траекториям. Характерная особенность подобных признаков заключается в их структуре, представленной в виде композиции трех функционалов.

Благодаря именно такой структуре возможна автоматическая генерация большого количества абстрактных признаков изображений (десятки тысяч), что позволяет увеличить универсальность, гибкость и надежность распознавания.

Кроме того, экспериментальным путем было установлено, что теория, основанная на триплетных признаках, дает стабильный результат при анализе биологических микро- и нанообъектов. Результаты успешного применения теории триплетных признаков к анализу и распознаванию полутонных изображений фиброзной ткани гистологического изображения можно найти в [15]. Кроме того, апробация теории триплетных признаков была проверена и на задаче технической диагностики. Эффективность применения данной идеи была экспериментально доказана в [17]. Результаты экспериментов показывают, что триплетные признаки изображений могут быть эффективно применены и для обработки цветных текстур.

Созданная теория позволяет получить признаки, не зависящие от поворота, переноса или линейной деформации объекта. Кроме того, с помощью описанной теории можно вычислять параметры указанных преобразований объектов с помощью чувствительных триплетных признаков, т.е. признаков, которые зависят от упомянутых выше преобразований.

Список литературы

1. **Федотов, Н. Г.** Методы стохастической геометрии в распознавании образов / Н. Г. Федотов. – М. : Радио и связь, 1990. – 144 с.
2. **Федотов, Н. Г.** Теория признаков распознавания образов на основе стохастической геометрии и функционального анализа / Н. Г. Федотов. – М. : Физматлит, 2009. – 304 с.
3. **Kendall, W. S.** New Perspectives in Stochastic Geometry / Wilfrid S. Kendall, Ilya Molchanov. – Oxford, UK : Oxford University Press, January, 2010. – 120 p.
4. **Kadyrov, A. A.** Image scanning leads to alternative understanding of image / A. A. Kadyrov, M. V. Saveleva, N. G. Fedotov // Third int. conf. on automation, robotics and computer vision (ICARCV'94). – Singapore, 1994. – P. 134–146.
5. **Fedotov, N. G.** Image scanning in machine vision leads to new understanding of image. / N. G. Fedotov, A. A. Kadyrov // In Proc. of 5th International Workshop on Digital In Processing and Computer Graphics, Proc. International Society for Optical Engineering (SPIE). – 1995. – Vol. 2363. – P. 256–261.
6. **Fedotov, N. G.** New Theory of Pattern Recognition Feature on the Basis of Stochastic Geometriy / N. G. Fedotov, L. A. Shulga // WSCG'2000 Conference Proceedings. – Czech Republic : University of West Bohemia, 2000. – Vol. 1 (2). – P. 373–380.
7. **Kadyrov, A. A.** Triple Features Pattern Recognition and Image Analysis / A. A. Kadyrov, N. G. Fedotov // Advances in Mathematical Theory and Applications. – 1995 – Vol. 5, № 4. – P. 546–556.
8. Формирование признаков распознавания сложноструктурированных изображений на основе стохастической геометрии / Н. Г. Федотов, А. С. Кольчугин, О. А. Смолькин, А. В. Моисеев, С. В. Романов // Измерительная техника. – 2008. – № 2. – С. 56–61.
9. **Vidal, M.** Pre-processing of hyperspectral images. Essential steps before image analysis / M. Vidal, J. M. Amigo // Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. – 2012. – Vol. 117, 1. – P. 138–148.
10. **Федотов, Н. Г.** Техническая дефектоскопия на основе новой теории распознавания образов / Н. Г. Федотов, Т. В. Никифорова // Измерительная техника. – 2002. – № 12. – С. 27–31.

11. **Fedotov, N. G.** Visual mining for biomatrical system based on stochastic geometry / N. G. Fedotov, L. A. Shulga, A. V. Roy // Proc. Int. Conf. Pattern Recognition and Image Analysis. PRIA-7-2004. – 2004. – Vol. 2. – P. 473–475.
12. Effective feature extraction by trace transform for insect footprint recognition / B.-S. Shin, E.-Y. Cha, K.-B. Kim, K.-W. Cho, R. Klette, W. W. Young // 3rd International Conference on Bio-Inspired Computing: Theories and Applications. – BICTA, 2008. – P. 97–102.
13. **Fooprateepsiri, R.** Highly robust approach face recognition using hamming - trace combination / R. Fooprateepsiri, W. Kurutach // Proc. of the IADIS Int. Conf. Intelligent Systems and Agents 2010, Proc. of the IADIS European Conference on Data Mining 2010, Part of the MCCSIS, 2010. – P. 83–90.
14. Triple features of ultrasonic image recognition / N. G. Fedotov, L. A. Shulga, A. S. Kol'chugin, O. A. Smol'kin, S. V. Romanov // Proc. Of the 8th Int. Conf. on Pattern Recognition and Image Analysis (PRIA-8-2007). – Yoshkar-Ola, Russia, 2007. – Vol. 1. – P. 299–300.
15. **Fedotov, N. G.** Feature Generation and Stochastic Geometry / N. G. Fedotov, L. A. Shulga // In Proc. of the 4th International Workshop on Pattern Recognition in Information Systems, PRIS'2004. – Porto, Portugal, 2004. – P. 169–175.
16. **Федотов, Н. Г.** Анализ текстур гистологических изображений / Н. Г. Федотов, Д. А. Мокшанина, С. В. Романов // Математические методы распознавания образов (ММРО-14) : тр. Всерос. конф. – М. : МАКС Пресс, 2009. – С. 611–613.
17. **Fedotov, N. G.** Recognition of halftone textures from the standpoint of stochastic geometry and functional analysis / N. G. Fedotov, D. A. Mokshanina // Pattern Recognition and Image Analysis. – 2010. – Vol. 20, № 4. – P. 551–556.

References

1. Fedotov N. G. *Metody stokhasticheskoy geometrii v raspoznavanii obrazov* [Stochastic geometry methods in image recognition]. Moscow: Radio i svyaz', 1990, 144 p.
2. Fedotov N. G. *Teoriya priznakov raspoznavaniya obrazov na osnove stokhasticheskoy geometrii i funktsional'nogo analiza* [The theory of image recognition features on the basis of stochastic geometry and functional analysis]. Moscow: Fizmatlit, 2009, 304 p.
3. Kendall W. S., Molchanov Ilya *New Perspectives in Stochastic Geometry*. Oxford, UK: Oxford University Press, January, 2010, 120 p.
4. Kadyrov A. A., Saveleva M. V., Fedotov N. G. *Third int. conf. on automation, robotics and computer vision (ICARCV'94)*. Singapore, 1994, pp. 134–146.
5. Fedotov N. G., Kadyrov A. A. *In Proc. of 5th International Workshop on Digital In Processing and Computer Graphics, Proc. International Society for Optical Engineering (SPIE)*. 1995, vol. 2363, pp. 256–261.
6. Fedotov N. G., Shulga L. A. *WSCG'2000 Conference Proceedings*. Czech Republic: University of West Bohemia, 2000, vol. 1 (2), pp. 373–380.
7. Kadyrov A. A., Fedotov N. G. *Advances in Mathematical Theory and Applications*. 1995, vol. 5, no. 4, pp. 546–556.
8. Fedotov N. G., Kol'chugin A. S., Smol'kin O. A., Moiseev A. V., Romanov S. V. *Izmeritel'naya tekhnika* [Measuring technology]. 2008, no. 2, pp. 56–61.
9. Vidal M., Amigo J. M. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 2012, vol. 117, 1. pp. 138–148.
10. Fedotov N. G., Nikiforova T. V. *Izmeritel'naya tekhnika* []. 2002, no. 12, pp. 27–31.
11. Fedotov N. G., Shulga L. A., Roy A. V. *Proc. Int. Conf. Pattern Recognition and Image Analysis. PRIA-7-2004*. 2004, vol. 2, pp. 473–475.
12. Shin B.-S., Cha E.-Y., Kim K.-B., Cho K.-W., Klette R., Young W. W. *3rd International Conference on Bio-Inspired Computing: Theories and Applications*. BICTA, 2008, pp. 97–102.

13. Foorateepsiri R., Kurutach W. *Proc. of the IADIS Int. Conf. Intelligent Systems and Agents 2010, Proc. of the IADIS European Conference on Data Mining 2010, Part of the MCCSIS, 2010*, pp. 83–90.
14. Fedotov N. G., Shulga L. A., Kol'chugin A. S., Smol'kin O. A., Romanov S. V. *Proc. Of the 8th Int. Conf. on Pattern Recognition and Image Analysis (PRIA-8-2007)*. Yoshkar-Ola, Russia, 2007, vol. 1, pp. 299–300.
15. Fedotov N. G., Shulga L. A. *In Proc. of the 4th International Workshop on Pattern Recognition in Information Systems, PRIS'2004*. Porto, Portugal, 2004, pp. 169–175.
16. Fedotov N. G., Mokshanina D. A., Romanov S. V. *Matematicheskie metody raspoznavaniya obrazov (MMRO-14): tr. Vseros. konf.* [Mathematical methods of image recognition: proceedings of the All-Russian conference]. Moscow: MAKS Press, 2009, pp. 611–613.
17. Fedotov N. G., Mokshanina D. A. *Pattern Recognition and Image Analysis*. 2010, vol. 20, no. 4, pp. 551–556.

Федотов Николай Гаврилович

доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой экономической
кибернетики, Пензенский
государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: nikolayfedotov@mail.ru

Fedotov Nikolay Gavrilovich

Doctor of engineering sciences, professor,
head of sub-department of economic
cybernetics, Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Голдуева Дарья Алексеевна

кандидат технических наук, доцент,
кафедра экономической кибернетики,
Пензенский государственный
университет (Россия, г. Пенза,
ул. Красная, 40)

E-mail: vrem0@yandex.ru

Goldueva Dar'ya Alekseevna

Candidate of engineering sciences, associate
professor, sub-department of economic
cybernetics, Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Мокшанина Мария Алексеевна

старший преподаватель, кафедра
физики и математики, Пензенский
государственный аграрный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Ботаническая, 30)

E-mail: nikolayfedotov@mail.ru

Mokshanina Mariya Alekseevna

Senior lecturer, sub-department of physics
and mathematics, Penza State Agrarian
University (30 Botanicheskaya street,
Penza, Russia)

УДК 681.39; 007.001.362

Федотов, Н. Г.

Анализ полутоновых изображений и цветных текстур с позиции стохастической геометрии и функционального анализа / Н. Г. Федотов, Д. А. Голдуева, М. А. Мокшанина // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2017. – № 2 (42). – С. 29–41. DOI 10.21685/2072-3059-2017-2-3